Cours de mathématiques - 5ème

M. Bak

2023-2024

Table des matières

1- Proportionnalité

1.1 Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition

Deux grandeurs sont proportionnelles si on peut passer de l'une à l'autre en multipliant ou en divisant par un même nombre non nul.
Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.
On peut présenter une telle situation sous la forme d'un **tableau de proportionnalité**.

Méthode

Pour reconnaître un tableau de proportionnalité, on peut diviser la ligne du bas par la ligne du haut du tableau.
Si tous les quotients sont égaux, le tableau est un tableau de proportionnalité ; sinon, il ne l'est pas.

Exemple 1 : Périmètre d'un carré en fonction de la longueur d'un de ses côtés :

Côté (en cm)	3	5	8	15
Périmètre (en cm)	12	20	32	60

$$\frac{12}{3} = 4 \qquad \frac{20}{5} = 4 \qquad \frac{32}{8} = 4 \qquad \frac{60}{15} = 4$$

Tous les quotients sont égaux à 4 donc ce tableau est un tableau de proportionnalité.
Le coefficient de proportionnalité est 4.
Le périmètre d'un carré est donc proportionnel à la longueur d'un de ses côtés.

Exemple 2 : Aire d'un carré en fonction de la longueur d'un de ses côtés :

Côté (en cm)	3	5	8	15
Aire (en cm^2)	9	25	64	225

$$\frac{9}{3} = 3 \qquad \frac{25}{5} = 5$$

Les quotients ne sont pas tous égaux donc ce n'est pas un tableau de proportionnalité.
L'aire d'un carré n'est pas proportionnelle à la longueur d'un de ses côtés.

1.2 Calculer une quatrième proportionnelle

Problème : Chez un fleuriste, 9 roses coûtent 22,5 €. Combien coûteraient 45 de ces roses ?

Il s'agit d'une situation de proportionnalité : le prix est proportionnel au nombre de roses. On peut donc construire un tableau de proportionnalité :

Nombre de roses	9	45
Prix en €	22,5	?

Méthode - Combinaison de colonnes

La méthode par combinaisons consiste à combiner les colonnes connues entre elles à l'aide d'opérations afin d'en déterminer des nouvelles.

On remarque que 45 roses, c'est 5 fois 9 roses donc 45 roses coûteront 5 fois plus cher que 9 roses.

$22,5 \times 5 = 112,5$ €

Avec la méthode de combinaison de colonnes, si l'on souhaite connaître le prix de 54 roses, il suffit d'ajouter les prix de 9 roses et de 45 roses car $9 + 45 = 54$.
54 roses coûteraient ainsi : 22,5 + 112,5 = 135 €.

Méthode - Retour à l'unité

Le retour à l'unité consiste à se ramener à une quantité de 1 à l'aide d'un quotient.

On calcule le prix d'*une* rose :
$22,5 \div 9 = 2,5$ €
Une rose coûte 2,5 €.
$2,5 \times 45 = 112,5$ €
45 roses coûtent 112,5 €.

Nombre de roses	9	45
Prix en €	22,5	112,5

×2,5

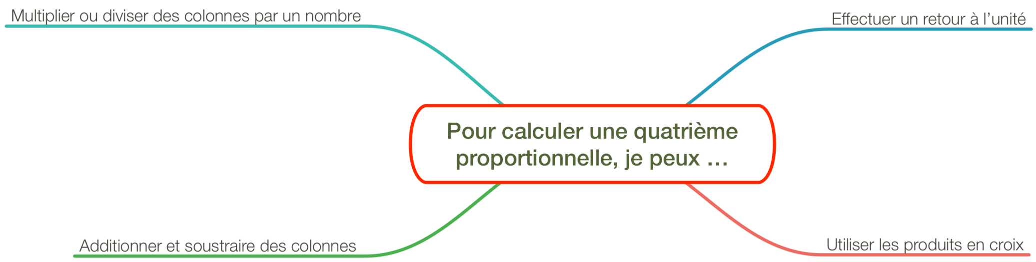
Méthode - Produits en croix

En dessinant une croix dans le tableau de proportionnalité, une case vide peut être calculée en multipliant les deux nombres reliés entre eux et en divisant par le troisième.

$$\frac{22,5 \times 45}{9} = 112,5 \text{ €}$$

45 roses coûtent 112,5 €

Nombre de roses	9	45
Prix en €	22,5	?

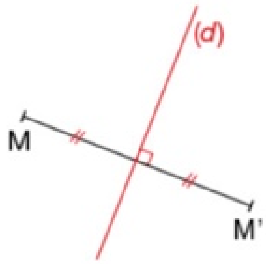


2- Symétries - première partie

2.1 Symétrie axiale

Définition

M est un point quelconque qui n'appartient pas à une droite (d).
Le symétrique de M par rapport à (d) est le point M' tel que (d) est la médiatrice du segment [MM'].



Remarque

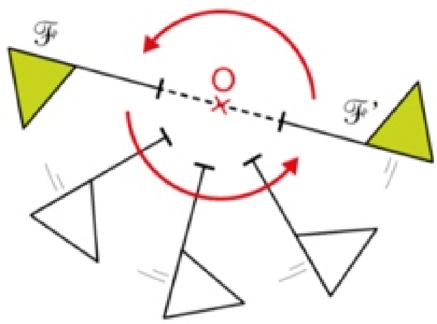
Si le point M appartient à la droite (d), son symétrique est le point M lui-même. On dit que M et M' sont confondus.

2.2 Symétrie centrale

2.2.1 Définitions

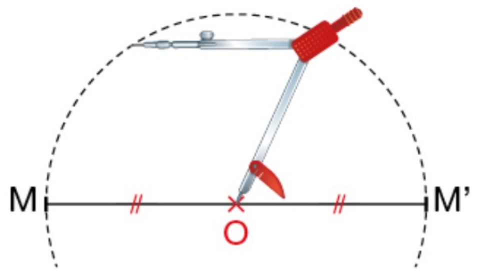
Définition

Deux figures sont symétriques par rapport à un point O lorsqu'elles se superposent après avoir effectué un demi-tour autour de ce point.
Ce point est alors appelé "centre de symétrie".



Définition

Le symétrique du point A (distinct de O) par rapport au point O est le point A' tel que O est le milieu du segment [AA'].



Symétrique d'un point par rapport à un autre

Remarque

Dans la symétrie de centre O, l'image du point O est le point O.

2.2.2 Quelques propriétés

Propriété

Dans la symétrie centrale de centre O :
- Le symétrique d'une droite est une droite parallèle ;
- Le symétrique d'un segment est un segment parallèle et de même longueur ;
- Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon.

À savoir

La symétrie centrale conserve les longueurs et les angles.

3- Statistiques - première partie

3.1 Vocabulaire

Définition

Dans une série statistique :
- L'**effectif** d'une valeur est le nombre de fois où cette valeur apparaît dans la liste ;
- L'**effectif total** d'une série statistique est le nombre total de données dans cette série ;
- La **fréquence** d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total.

À savoir

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$$

Exemple :
Voici la répartition des élèves dans une classe :

	Garçons	Filles	Total
Nombre d'élèves	18	12	30

L'effectif de filles dans la classe est 12. En effet, il y a 12 filles dans la classe.
L'effectif total est 30. en effet, il y a 30 élèves en tout dans la classe.
La fréquence de filles est $\frac{12}{30}$ soit 0,4.

Remarque

La fréquence peut s'exprimer par une fraction, un nombre décimal ou un pourcentage.

Dans l'exemple précédent, la fréquence de filles dans la classe est de :

$$\frac{12}{30} = 0,40 = 40\%$$

À savoir

$$\text{fréquence en } \% = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 100$$

3.2 Regroupements en classes

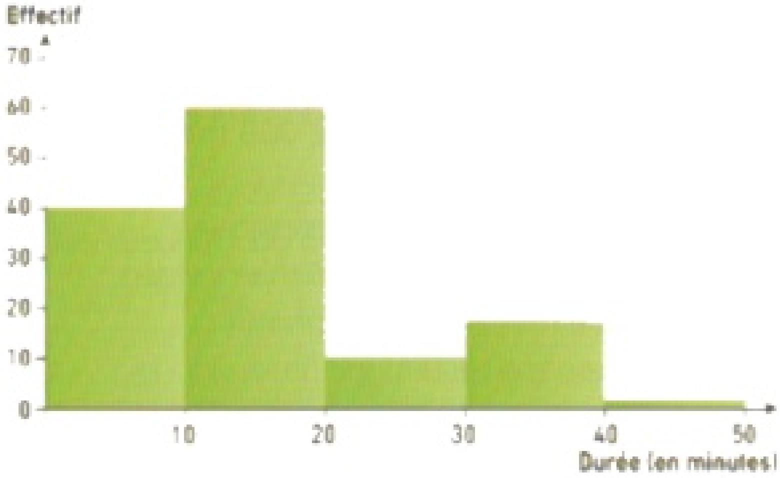
Lorsque les données numériques sont nombreuses, on peut les regrouper par classes pour les rendre plus lisibles.

Exemple : On a demandé à 130 personnes le temps moyen en minutes qu'elles passaient dans les transports en commun. Les réponses vont de 2 à 50 minutes. On a regroupé les données en classes d'amplitude 10 minutes :

Temps t en minutes	$0 \leq t < 10$	$10 \leq t < 20$	$20 \leq t < 30$	$30 \leq t < 40$	$40 \leq t < 50$
Effectif	40	60	10	18	2

3.3 Histogramme

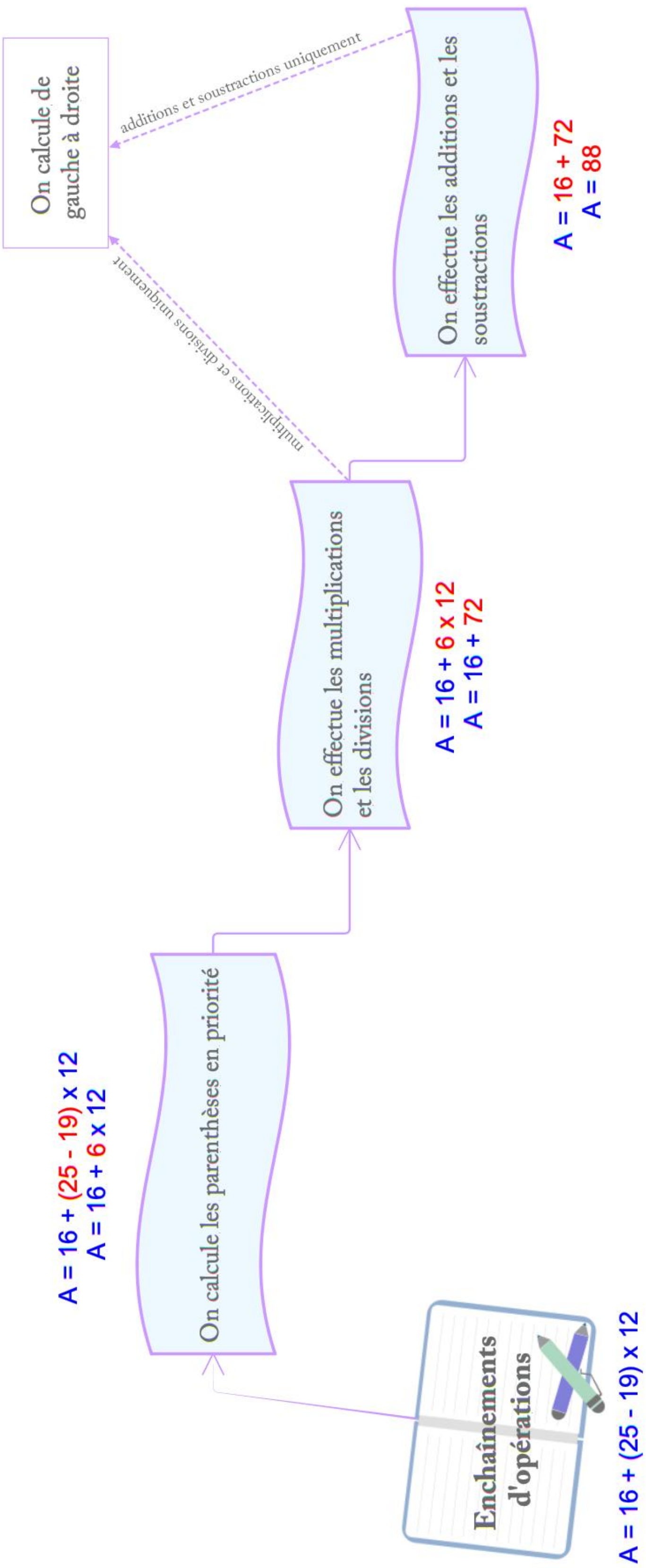
Lorsque les données sont regroupées en classes, on peut les représenter sous la forme d'un histogramme.



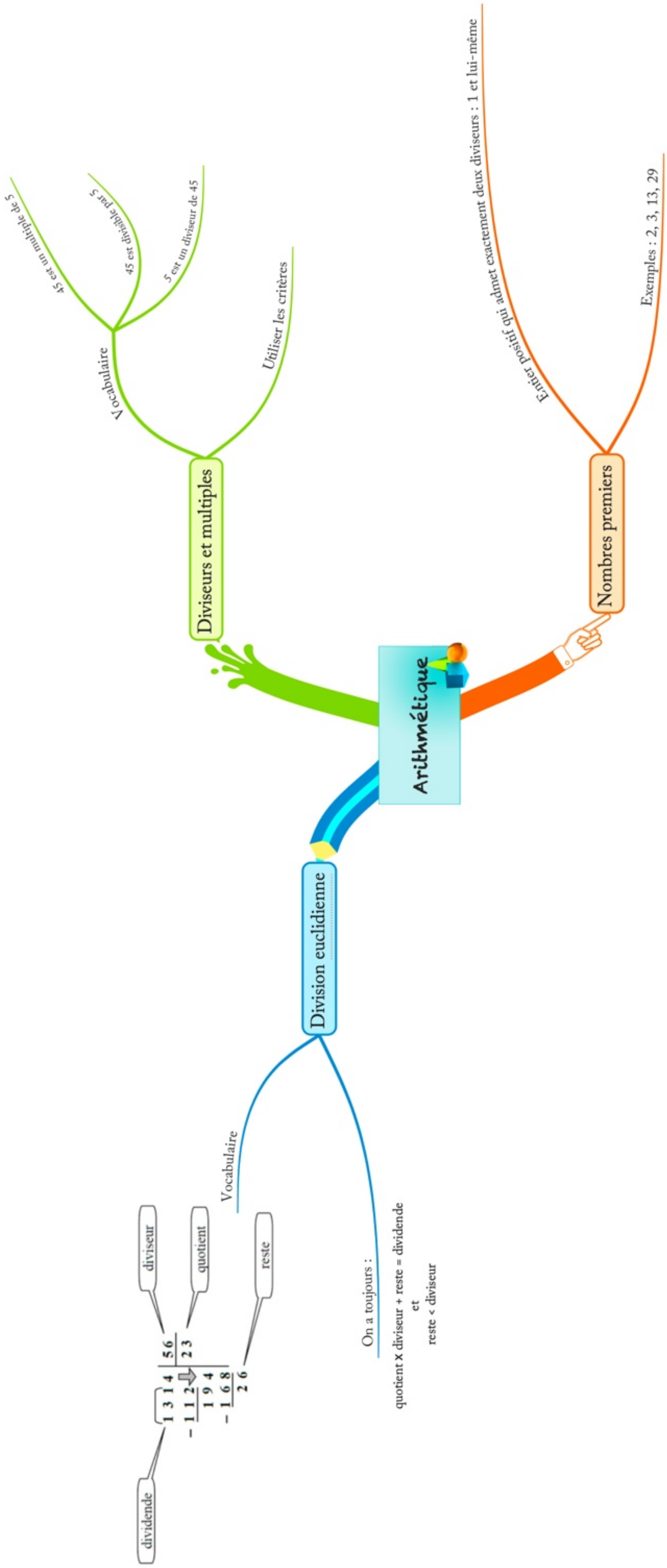
Remarque

Lorsque toutes les classes ont la même amplitude, la hauteur d'un rectangle est proportionnelle à l'effectif de la classe qu'il représente.

4- Enchaînements d'opérations



5- Arithmétique

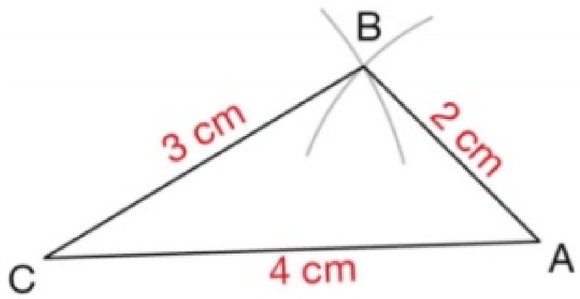


6- Inégalité triangulaire

Un spaghetto mesure environ 25 cm.
Peut-on toujours construire un triangle en cassant un spaghetto en 3 morceaux ?
Afin de pouvoir construire un triangle, il suffit que les petits morceaux réunis aient une longueur supérieure à celle du plus grand morceau.

Propriété 6.0.1 *Un triangle n'est constructible que lorsque la somme des deux plus petites longueurs est supérieure à la plus grande longueur.*

Exemple 1 :
Est-il possible de construire un triangle ABC tel que AB = 2 cm ; BC = 3 cm et AC = 4 cm ?
AB + BC = 2 cm + 3 cm = 5 cm
On a AB + BC > AC, donc le triangle est constructible.



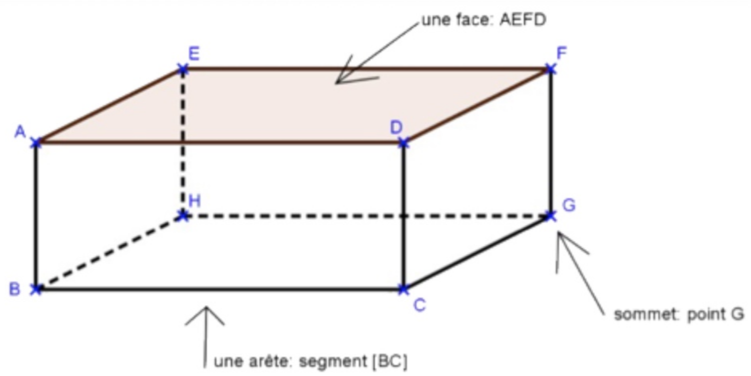
Exemple 2 :
Est-il possible de construire un triangle EFG tel que EF = 3 cm ; EG = 6 cm et FG = 11 cm ?
EF + EG = 3 cm + 6 cm = 9 cm
On a EF + EG < FG, donc le triangle n'est pas constructible.

Remarque 6.0.2 *En cas d'égalité, les trois points sont alignés.*

7- Pavés et prismes droits

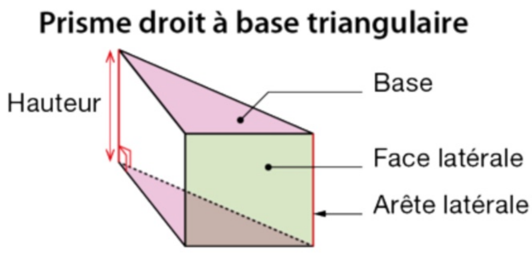
7.1 Vocabulaire

Définition 7.1.1 *Un parallélépipède rectangle (ou pavé droit) est un solide dont les six faces sont des rectangles.*



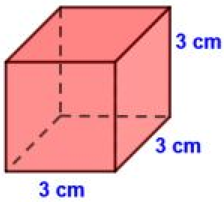
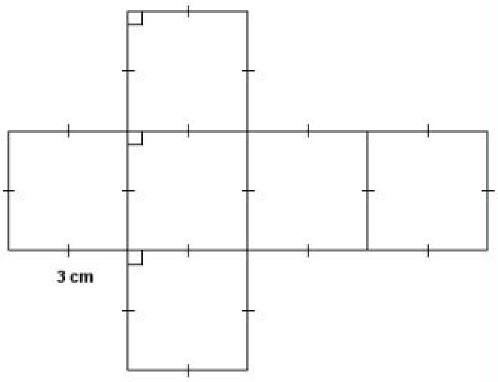
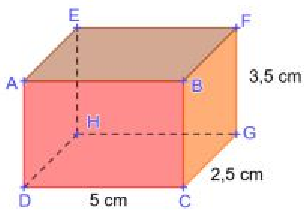
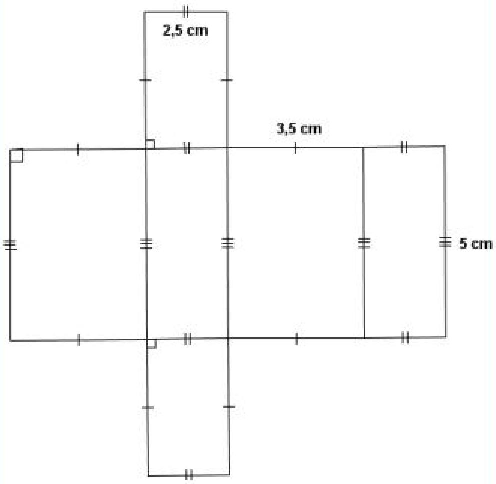
Définition 7.1.2 *Un prisme droit est un solide qui possède :*

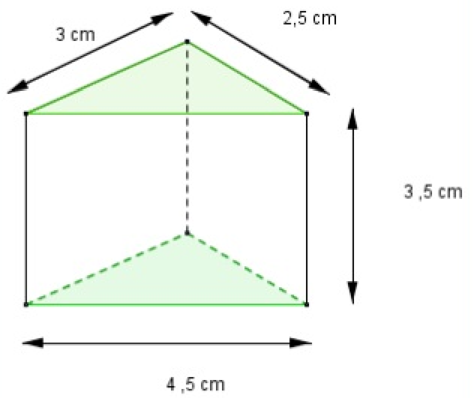
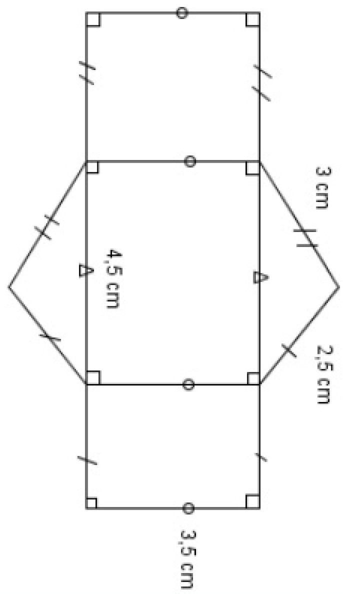
- *deux faces parallèles appelées les bases. Elles représentent deux polygones superposables.*
- *des faces latérales qui sont toutes des rectangles.*



7.2 Patrons

Pour construire le patron d'un pavé droit ou d'un prisme droit, il suffit de le déplier et de le "mettre à plat".

Solides	Patrons
Traçons le patron d'un cube, dont les arêtes mesurent 3 cm. **Le patron est donc formé de 6 carrés dont chaque côté mesure 3 cm.** 	
Traçons le patron d'un parallélépipède rectangle dont la longueur est 5 cm, la largeur est 3,5 cm et dont la hauteur est 2,5 cm. **Le patron est donc formé de 6 rectangles. Chaque rectangle représente une face de ce pavé droit.** 	

Traçons le patron d'un prisme dont la base est un triangle de dimensions 4,5 cm ; 3 cm et 2,5 cm et dont la hauteur est 3,5 cm. **Le patron est donc formé de 3 rectangles et de 2 triangles.** 	

8- Fractions - première partie

8.1 Vocabulaire

Définition 8.1.1 *a et b désignent deux nombres avec $b \neq 0$.*
Le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b donne a. On le note $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$.

Exemple :
Le quotient de 7 par 4 est $\frac{7}{4}$.
C'est le nombre qui, multiplié par 4, donne 5.

$$\frac{7}{4} \times 4 = 7$$

Remarque 8.1.2 *On ne peut jamais diviser par zéro.*

Définition 8.1.3 *Tout nombre pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction est appelé un nombre rationnel.*

Remarque 8.1.4 • *Un nombre décimal est un nombre rationnel.*
7,28 est un nombre décimal donc il est rationnel. En effet : $7,28 = \frac{728}{100}$
• *Il existe des nombres qui ne sont pas rationnels. On dit qu'ils sont irrationnels. Citons par exemple le nombre π qui est irrationnel.*

8.2 Comparer des fractions : cas simples

8.2.1 Comparaison avec 1

Méthode 8.2.1 *On peut facilement reconnaître les quotients qui sont supérieurs à 1 :*
• *Si le numérateur est supérieur au dénominateur, alors l'écriture fractionnaire est supérieure à 1.*
• *Si le numérateur est inférieur au dénominateur, alors l'écriture fractionnaire est inférieure à 1.*

Exemples :

$$\frac{12}{5} > 1 \qquad\qquad \frac{4}{9} < 1$$

8.2.2 Comparer des fractions de même numérateur ou de même dénominateur

Méthode 8.2.2 *Pour comparer deux fractions de même dénominateur, on compare les numérateurs. La plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.*

Exemple :
$\frac{3}{10} < \frac{7}{10}$ car les deux fractions ont le même dénominateur et $3 < 7$.

Méthode 8.2.3 *Pour comparer deux fractions de même numérateur, on compare les dénominateurs. La plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.*

Exemple :
$\frac{13}{5} > \frac{13}{7}$ car les deux fractions ont le même numérateur et $7 > 5$.

8.3 Egalité de fractions et cas général de comparaison

Propriété 8.3.1 *Un quotient ne change pas si l'on multiplie ou l'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.*
a, b et k désignent trois nombres avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Exemples :
$\frac{4}{3} = \frac{4 \times 5}{3 \times 5} = \frac{20}{15}$
$\frac{24}{30} = \frac{24 \div 3}{30 \div 3} = \frac{8}{10}$

Méthode 8.3.2 *Simplifier une fraction consiste à écrire une fraction qui lui est égale mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.*
Pour cela, on cherche un diviseur commun au numérateur et au dénominateur.

Exemple :
On souhaite simplifier la fraction $\frac{36}{15}$:
36 et 15 sont tous les deux divisibles par 3. On peut donc écrire :
$\frac{36}{15} = \frac{12 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{5}$

Remarque 8.3.3 • *Pour simplifier une fraction, on peut utiliser les critères de divisibilité.*
• *Si le dénominateur d'une fraction est 10, 100, 1 000..., on dit que cette fraction est une fraction décimale.*

Méthode 8.3.4 *Pour diviser un nombre par un nombre décimal, on peut multiplier le dividende et le diviseur par 10, 100, 1 000... pour rendre le diviseur entier.*

Exemple 1 :

$4 \div 1,25 = \frac{4}{1,25} = \frac{4 \times 100}{1,25 \times 100} = \frac{400}{125}$
Il suffit ensuite de poser la division décimale :

$$\begin{array}{r|l} 400 & 125 \\ \cline{2-2} -375 & 3{,}2 \\ \hline 2500 & \\ -2500 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Exemple 2 :

$0,72 \div 1,2 = \frac{0,72}{1,2} = \frac{0,72 \times 100}{1,2 \times 100} = \frac{72}{120}$
Il suffit ensuite de poser la division décimale :

$$\begin{array}{r|l} 72 & 120 \\ \cline{2-2} -0 & 0{,}6 \\ \hline 720 & \\ -720 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Méthode 8.3.5 *Pour comparer deux fractions de dénominateurs différents, on peut les réduire au même dénominateur.*

Exemple :

On souhaite comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{8}$.

On peut écrire :

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$

$\frac{6}{8}$ et $\frac{7}{8}$ ont le même dénominateur et 6<8 donc : $\frac{6}{8} < \frac{7}{8}$.

Finalement : $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$.

8.4 Exprimer une proportion

Définition 8.4.1 *Une proportion peut s'exprimer sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.*

Exemple :

Dans une classe de 5ème, il y a 18 filles sur un total de 30 élèves.

On dit que la proportion de filles dans cette classe est égale à : $\frac{\text{nombre de filles}}{\text{nombre total d'élèves}} = \frac{18}{30}$.

On dit aussi que cette proportion est de 0,6 car $\frac{18}{30} = 0,6$.

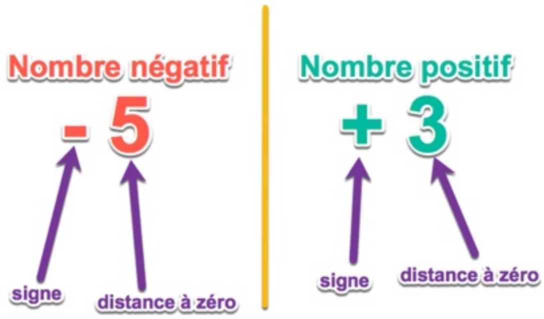
Comme $0,6 = \frac{60}{100}$, on dit aussi que cette proportion est de 60%

9- Nombres relatifs - première partie

9.1 Introduction aux nombres relatifs

9.1.1 Vocabulaire

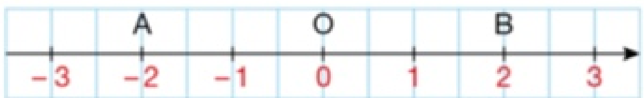
Définition 9.1.1 *Un nombre relatif se compose d'un signe et d'une distance à zéro.*
Le signe est soit "+" soit "-".



Les nombres positifs (supérieurs à 0, signe + non obligatoire) et les nombres négatifs (inférieurs à 0) forment les nombres relatifs.
Ces nombres sont utilisés pour décrire certaines situations : température, profondeur...

9.1.2 Repérage sur une droite graduée et comparaison

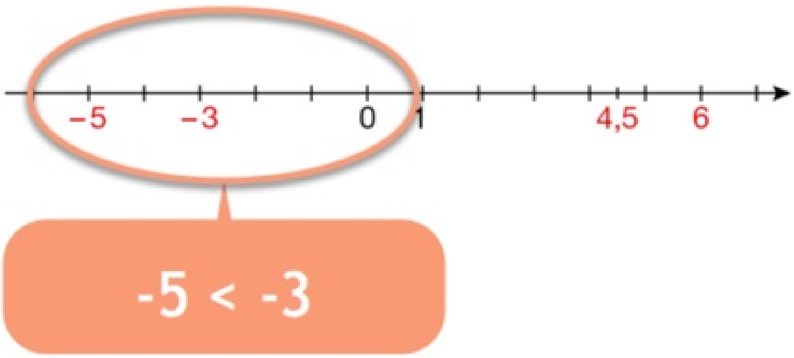
On repère la position d'un point sur une droite graduée par son abscisse. C'est un nombre relatif.
Exemple :



Le point A a pour abscisse -2. On note A(-2).
Le point B a pour abscisse 2. On note B(2).
Les points A et B sont symétriques par rapport à l'origine O.
On dit que les nombres -2 et +2 sont opposés et leur distance à zéro est 2.

Méthode 9.1.2 *1) Un nombre négatif est toujours inférieur à un nombre positif.*
2) Si deux nombres sont négatifs, le plus grand est le plus proche de zéro.

Exemple :



10- Probabilités

10.1 Expérience aléatoire

Définition

Une **expérience** est dite **aléatoire** si on ne peut pas prévoir son résultat.

Définition

Dans une expérience aléatoire, chaque résultat est appelé une **issue**.

Exemple :
On considère un dé équilibré à 6 faces. Sur ses faces sont inscrits les numéros 1, 2, 3, 4, 5 et 6.
On lance le dé et on lit le numéro inscrit sur la face supérieure. Cela constitue une expérience aléatoire.
Les issues possibles sont : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

Définition

Dans une expérience aléatoire, un **évènement** est constitué d'une ou plusieurs issues.

Exemple :
Lors du lancer de dé précédent, "Obtenir un nombre pair" est un évènement qui peut être réalisé par les issues 2, 4 et 6.

10.2 Probabilité d'un évènement

Dans l'expérience de la roue équilibrée du premier paragraphe, il y a 1 chance sur 5 d'obtenir chacun des numéros. On dit que chaque issue a pour probabilité $\frac{1}{5}$.

À savoir

Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1 que l'on peut écrire sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal (quand c'est possible) ou d'un pourcentage.

La probabilité $\frac{1}{5}$ peut aussi s'exprimer avec un nombre à virgule (0,2) ou sous la forme d'un pourcentage (20 %).

Notation

La probabilité d'un évènement A est notée $p(A)$.

Définition

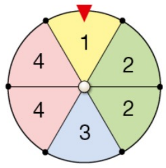
Dans une expérience aléatoire, lorsque tous les tirages ont la même probabilité de se réaliser, on dit que l'on est dans une situation d'**équiprobabilité**.

Méthode

Dans une situation d'équiprobabilité, on peut bien souvent calculer la probabilité d'un évènement A de la façon suivante :

$$p(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Exemple :
On tourne la roue de loterie équilibrée ci-contre et on relève le numéro du secteur qui s'arrête en face du repère rouge.
Les issues de l'expérience sont 1, 2, 3 et 4.
L'évènement A : "le nombre obtenu est pair" est réalisé par les issues 2 et 4.



$$p(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

11- Angles et parallélisme

11.1 Vocabulaire

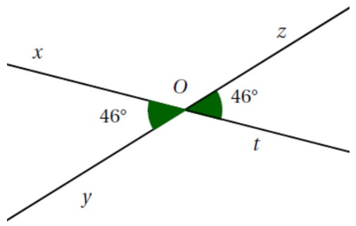
Définition

Deux angles opposés par le sommet ont le même sommet et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

Propriété

Si deux angles sont opposés par le sommet, alors ils ont la même mesure.

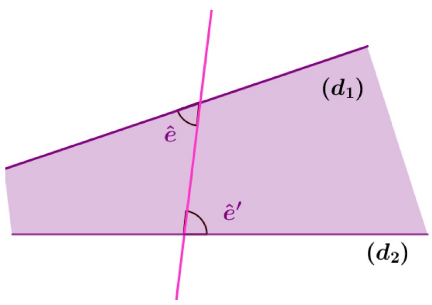
Exemple :
Les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{tOz}$ sont opposés par le sommet dont ils ont la même mesure.



Définition

Lorsque deux droites sont coupées par une sécante, deux angles sont alternes-internes si :
- ils n'ont pas le même sommet ;
- ils sont situés de part et d'autre de la sécante ;
- ils sont situés à l'intérieur de la bande formée par les deux droites.

Exemple :

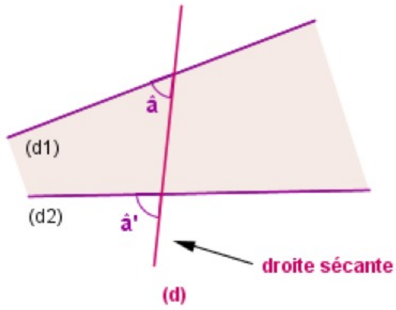


Les angles $\widehat{e}$ et $\widehat{e'}$ sont alternes-internes.

Définition

Lorsque deux droites sont coupées par une sécante, deux angles sont correspondants si :
- ils n'ont pas le même sommet ;
- ils sont situés du même côté de la sécante ;
- un seul des deux angles est situé à l'intérieur de la bande formée par les deux droites.

Exemple :



Les angles $\widehat{a}$ et $\widehat{a'}$ sont correspondants.

11.2 Angles et parallèles

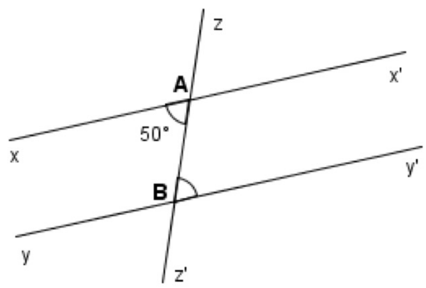
11.2.1 Egalités d'angles

Propriété

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors elles déterminent des angles alternes-internes de même mesure.

Exemple :
Les droites (xx') et (yy') sont parallèles. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{zBy'}$?

Les droites (xx') et (yy') sont parallèles et les angles $\widehat{xAz'}$ et $\widehat{zBy'}$ sont des angles alternes-internes donc $\widehat{zBy'} = \widehat{xAz'} = 50°$

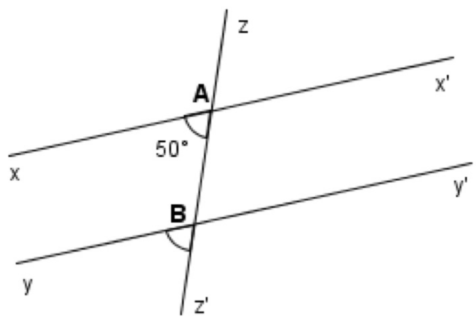


Propriété

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors elles déterminent des angles correspondants de même mesure.

Exemple :
Les droites (xx') et (yy') sont parallèles. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{yBz'}$?

Les droites (xx') et (yy') sont parallèles et les angles $\widehat{xAz'}$ et $\widehat{yBz'}$ sont des angles correspondants donc $\widehat{yBz'} = \widehat{xAz'} = 50°$



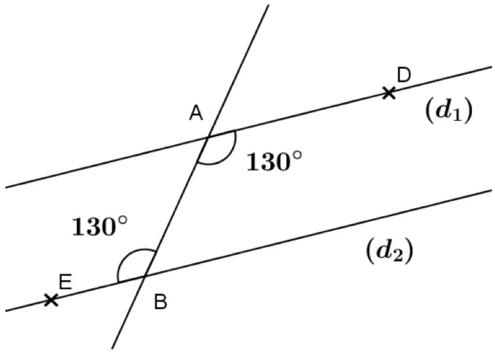
11.2.2 Prouver que des droites sont parallèles

Propriété

Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles.

Exemple :
Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles parallèles ? Justifier.

Les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{ABE}$ ont la même mesure et sont alternes-internes donc les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

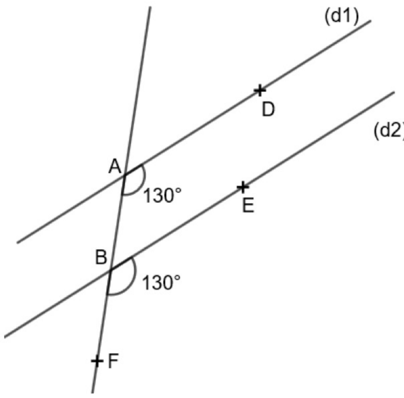


Propriété

Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles correspondants de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles.

Exemple :
Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles parallèles ? Justifier.

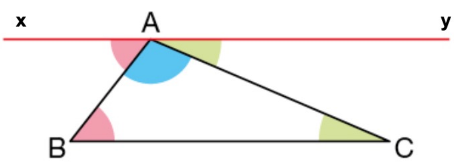
Les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{FBE}$ ont la même mesure et sont correspondants donc les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.



11.3 Angles dans un triangle

À savoir

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.



Démonstration

On considère un triangle ABC quelconque.
On construit la droite (xy) parallèle à la droite (BC) passant par A.
Comme les droites (xy) et (BC) sont parallèles :
• les angles alternes-internes $\widehat{xAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont égaux ;
• les angles alternes-internes $\widehat{yAC}$ et $\widehat{ACB}$ sont égaux.
L'angle $\widehat{xAy}$ est un angle plat donc il mesure 180°.
On en déduit que :

$$\widehat{xAB} + \widehat{BAC} + \widehat{yAC} = 180°$$

donc :

$$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180°$$

12- Nombres relatifs - deuxième partie

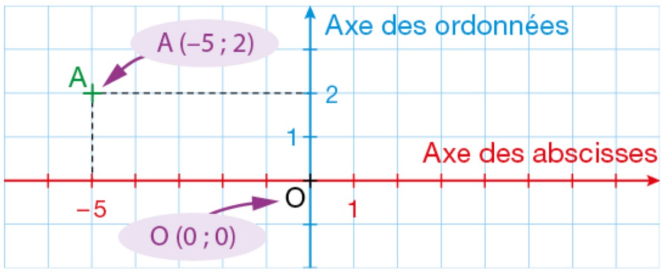
Définition

Un repère orthogonal du plan est constitué de droites graduées de même origine et perpendiculaires. Ces droites graduées constituent les axes du repère.

Définition

Dans un repère, chaque point est repéré par deux nombres relatifs appelés les **coordonnées** du point.
Le premier nombre, lu sur l'axe "horizontal" est appelé l'**abscisse** du point.
Le second nombre, lu sur l'axe "vertical" est appelé l'**ordonnée** du point.

Exemple :



Le point A a pour coordonnées : A(-5 ; 2).
Le point B a pour coordonnées : B(0 ; 0).

13- Calcul littéral

13.1 Introduction au calcul littéral

Définition 13.1.1 *Une* ***expression littérale*** *est une expression contenant une (ou plusieurs) lettre(s) désignant un (ou plusieurs) nombre(s).*

Exemple :
La lettre c peut désigner la longueur d'un côté d'un carré :
• Pour le périmètre, on calcule 4 × le côté, c'est à dire $4 \times c$ ou encore $4c$.
• Pour l'aire, on calcule côté × côté, c'est à dire $c \times c = c^2$.

Remarque 13.1.2
• *On n'est pas obligé d'écrire le signe "×" situé à côté d'une lettre ou d'une parenthèse.*
• *Les nombres s'écrivent devant les lettres et les parenthèses.*

Exemples :

$$4 \times y = 4y \qquad x \times 6 = 6x$$
$$2 \times (z+5) = 2(z+5) \qquad (x+3) \times (7 + 2 \times x) = (x+3)(7+2x)$$

13.2 Calculer la valeur d'une expression

Méthode 13.2.1 *Calculer la valeur d'une expression littérale comportant une inconnue, c'est la remplacer par une valeur numérique, puis effectuer les calculs.*

Exemple :
Calculer la valeur de $A = 32 - 5x + 3(x-2)$ pour $x = 3$.

$$\begin{aligned}
A &= 32 - 5x + 3(x-2) \\
A &= 32 - 5 \times 3 + 3 \times (3-2) \\
A &= 32 - 5 \times 3 + 3 \times 1 \\
A &= 32 - 15 + 3 \\
A &= 20
\end{aligned}$$

Lorsque $x = 3$, l'expression A est égale à 20.

14- Statistiques - deuxième partie

14.1 Un équilibre à trouver

Trois sachets contiennent chacun des oranges.

Si l'on répartit différemment les oranges pour en avoir le même nombre dans chacun des sacs, combien d'oranges y aura-t-il dans chaque sac ?

Pour y parvenir, on peut commencer par essayer de prélever des oranges dans le sac qui en contient le plus pour les redistribuer aux sacs qui en contiennent le moins.
Il est également possible de calculer le nombre cherché. Pour cela, on calcule le nombre total d'oranges puis on les répartit équitablement à l'aide d'une division dans les 3 sacs :

$$4 + 9 + 5 = 18$$

Il y a 18 oranges en tout.

$$\frac{18}{3} = 6$$

Après équilibrage, il y aurait 6 oranges dans chaque sac.
On dit que le **nombre moyen** d'oranges par sac est de 6.

14.2 Moyenne d'une série statistique

Définition

La **moyenne d'une série statistique** est le quotient de la somme des valeurs par l'effectif total.

Exemple :
Voici les notes obtenues par Lola en mathématiques au second trimestre :

12	14	16	15	18	11	13	20

$$M = \frac{12 + 14 + 16 + 15 + 18 + 11 + 13 + 15 + 20}{8} = \frac{134}{8} = 14,875$$

Lola a une moyenne de 14,875 en mathématiques au second trimestre.

Remarque

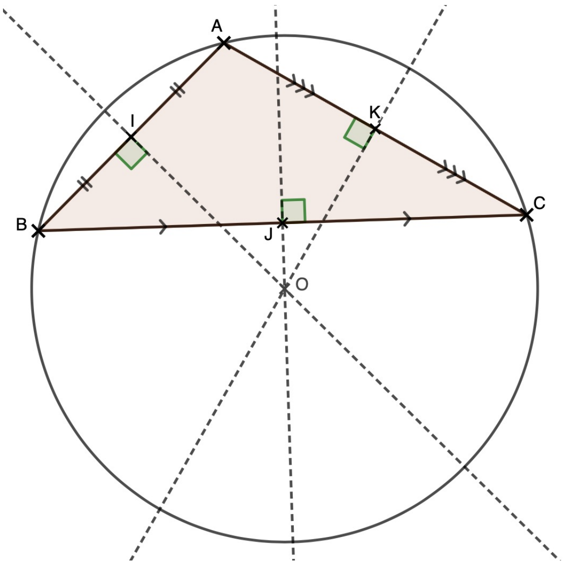
- La moyenne d'une série statistique est toujours comprise entre la valeur la plus petite et la valeur la plus grande de la série.
- La moyenne d'une série statistique n'est pas forcément une valeur de la série.
Dans l'exemple précédent, Lola a obtenu une moyenne de 14,875 mais n'a jamais eu une note égale à 14,875.

15- Triangles

15.1 Droites remarquables d'un triangle

Définition

Lorsqu'on trace les médiatrices des trois côtés d'un triangle, celles-ci sont concourantes.
Le point de concours de ces médiatrices est le centre du **cercle circonscrit au triangle**. Il s'agit de l'unique cercle qui passe par les trois somemts du triangle.

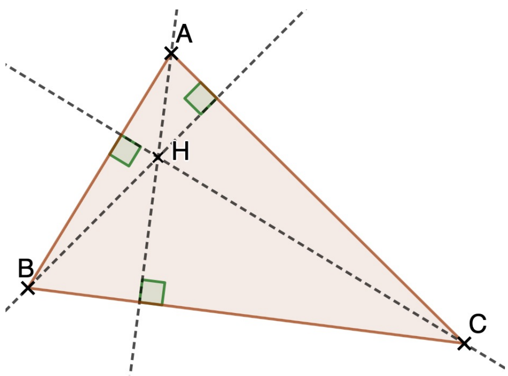


Définition

Une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

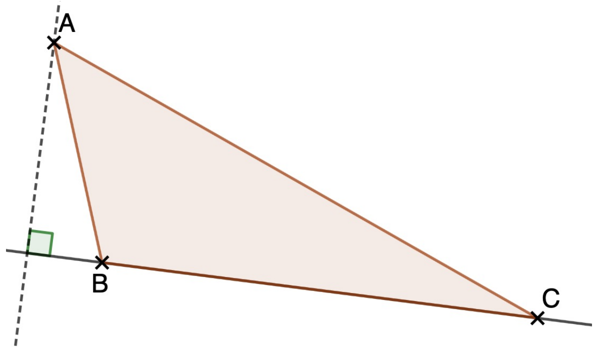
Propriété

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes. Leur point de concours est appelé l'**orthocentre** du triangle.



Remarque

Une hauteur d'un triangle peut être située "à l'extérieur" du triangle.



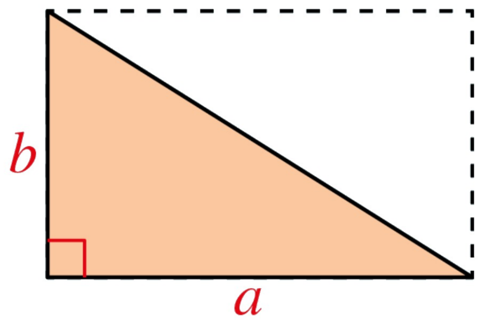
15.2 Aires

15.2.1 Aire d'un triangle rectangle

À savoir

Un triangle rectangle représente la moitié d'un rectangle. Son aire est donc donnée par :

$$\mathcal{A}_{\text{triangle rectangle}} = \frac{\text{Longueur} \times \text{largeur}}{2}$$

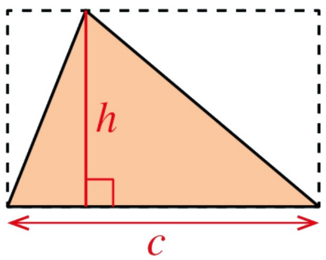


15.2.2 Aire d'un triangle

À savoir

L'aire d'un triangle est donnée par :

$$\mathcal{A}_{\text{triangle}} = \frac{\text{Base} \times \text{hauteur}}{2}$$



16- Nombres relatifs - 3

Méthode

Lorsqu'on additionne deux nombres relatifs qui ont le même signe :
1) On garde leur signe commun ;
2) On additionne leurs distances à zéro.

Exemples :
9+4=13
-5+(-11)=-16

Méthode

Lorsqu'on additionne deux nombres relatifs de signes contraires :
1) On garde le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro (le plus "fort") ;
2) On soutrait les distances à zéro.

Exemples :
-8+11 = 3
-14+6 = -8

17- Calcul littéral - 2

Définition

Une égalité est constituée de deux membres séparés par un signe $=$

Exemples :
$2+3=5$ est une égalité.
$x+2=7$ est une égalité dans laquelle le membre de gauche est une expression littérale.

Propriété

Une égalité où interviennent des expressions littérales peut être vraie pour certaines valeurs affectées aux lettres et fausses pour d'autres.

Exemples :
$x+2=7$ est fausse si $x=10$.
$x+2=7$ est vraie si $x=5$.

Méthode

Pour tester si une égalité est vraie pour des valeurs numériques attribuées aux lettres :
1) On calcule ce que vaut membre de gauche en remplaçant la lettre par le nombre donné ;
2) On calcule ce que vaut le membre de droite en remplaçant la lettre par le nombre donné ;
3) On observe l'égalité ou non des valeurs obtenues et on conclut.

Exemple

On considère l'égalité $3x+5=5x-9$.
Cette égalité est-elle vraie pour $x=2$?
Pour $x=2$:
D'une part $3\times2+5=11$
D'autre part $5\times2-9=1$
$11\neq1$ donc l'égalité est fausse pour $x=2$.

Pour $x=7$:
D'une part $3\times7+5=26$
D'autre part $5\times7-9=26$
L'égalité est vraie pour $x=7$.