Cours de mathématiques - 4ème

M. Bak

2023-2024

Table des matières

1- Proportionnalité - 1

1.1 Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition

Deux grandeurs sont proportionnelles si on peut passer de l'une à l'autre en multipliant ou en divisant par un même nombre non nul.
Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.
On peut présenter une telle situation sous la forme d'un **tableau de proportionnalité**.

Méthode

Pour reconnaître un tableau de proportionnalité, on peut diviser la ligne du bas par la ligne du haut du tableau.
Si tous les quotients sont égaux, le tableau est un tableau de proportionnalité ; sinon, il ne l'est pas.

Exemple 1 : Périmètre d'un carré en fonction de la longueur d'un de ses côtés :

Côté (en cm)	3	5	8	15
Périmètre (en cm)	12	20	32	60

$\frac{12}{3} = 4$ $\frac{20}{5} = 4$ $\frac{32}{8} = 4$ $\frac{60}{15} = 4$

Tous les quotients sont égaux à 4 donc ce tableau est un tableau de proportionnalité.
Le coefficient de proportionnalité est 4.
Le périmètre d'un carré est donc proportionnel à la longueur d'un de ses côtés.

Exemple 2 : Aire d'un carré en fonction de la longueur d'un de ses côtés :

Côté (en cm)	3	5	8	15
Aire (en cm^2)	9	25	64	225

$\frac{9}{3} = 3$ $\frac{25}{5} = 5$

Les quotients ne sont pas tous égaux donc ce n'est pas un tableau de proportionnalité.
L'aire d'un carré n'est pas proportionnelle à la longueur d'un de ses côtés.

1.2 Calculer une quatrième proportionnelle

Problème : Chez un fleuriste, 9 roses coûtent 22,5 €. Combien coûteraient 45 de ces roses ?

Il s'agit d'une situation de proportionnalité : le prix est proportionnel au nombre de roses. On peut donc construire un tableau de proportionnalité :

Nombre de roses	9	45
Prix en €	22,5	?

Méthode - Combinaison de colonnes

La méthode par combinaisons consiste à combiner les colonnes connues entre elles à l'aide d'opérations afin d'en déterminer des nouvelles.

On remarque que 45 roses, c'est 5 fois 9 roses donc 45 roses coûteront 5 fois plus cher que 9 roses.

$22,5 \times 5 = 112,5$ €

Avec la méthode de combinaison de colonnes, si l'on souhaite connaître le prix de 54 roses, il suffit d'ajouter les prix de 9 roses et de 45 roses car $9 + 45 = 54$.
54 roses coûteraient ainsi : 22,5 + 112,5 = 135 €.

Méthode - Retour à l'unité

Le retour à l'unité consiste à se ramener à une quantité de 1 à l'aide d'un quotient.

On calcule le prix d'*une* rose :
$22,5 \div 9 = 2,5$ €
Une rose coûte 2,5 €.
$2,5 \times 45 = 112,5$ €
45 roses coûtent 112,5 €.

Nombre de roses	9	45
Prix en €	22,5	112,5

×2,5

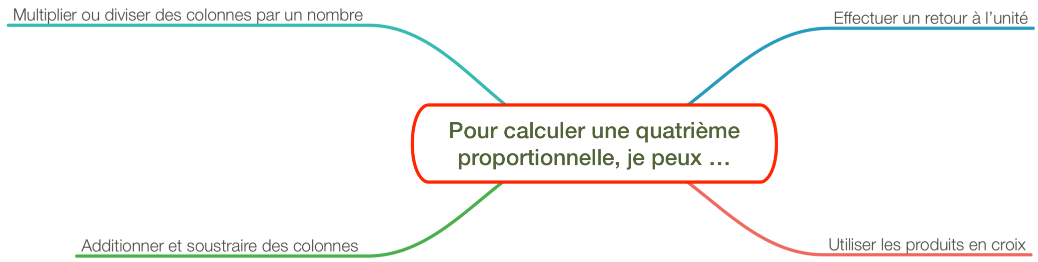
Méthode - Produits en croix

En dessinant une croix dans le tableau de proportionnalité, une case vide peut être calculée en multipliant les deux nombres reliés entre eux et en divisant par le troisième.

$$\frac{22,5 \times 45}{9} = 112,5 \text{ €}$$

45 roses coûtent 112,5 €

Nombre de roses	9	45
Prix en €	22,5	?



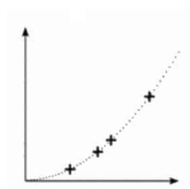
1.3 Proportionnalité et représentation graphique

Propriété

Toute situation de proportionnalité est représentée graphiquement par une droite qui passe par l'origine.
Réciproquement, toute droite passant par l'origine représente une situation de proportionnalité.

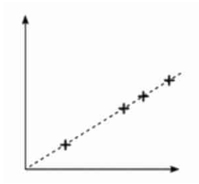
Exemples :

Le graphique suivant n'est pas une droite donc il ne représente pas une situation de proportionnalité.



Le graphique suivant est une droite mais ne passe pas par l'origine donc il ne représente pas une situation de proportionnalité.

Le graphique suivant est une droite passant par l'origine donc il représente une situation de proportionnalité.



2- Additionner et soustraire des relatifs

2.1 Additionner des nombres relatifs

Méthode

Pour additionner deux nombres relatifs de même signe :

- on garde leur signe commun ;
- on additionne leurs distances à zéro.

Exemples :
$3 + 4 = 7$
$-8 + (-5) = -13$

Méthode

Pour additionner deux nombres relatifs qui sont de signes contraires :

- on garde le signe du "plus fort" ;
- on soustrait les distances à zéro.

Exemples :
$9 + (-4) = 5$ car $(+9)$ est "plus fort" que (-4) (ce qui impose le signe $+$) et $9 - 4 = 5$
$(-13) + 5 = -8$ car (-13) est "plus fort" que $(+5)$ (ce qui impose le signe $-$) et $13 - 5 = 8$

Remarque

Lorsque la somme de deux nombres relatifs vaut 0, c'est que les nombres sont opposés.

Exemple :
$7 + (-7) = 0$

2.2 Soustraire des nombres relatifs

Méthode

Certaines soustractions de nombres relatifs peuvent se faire de manière intuitive.

Exemples :
$14 - 8 = 6$
$5 - 7 = -2$

À savoir

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

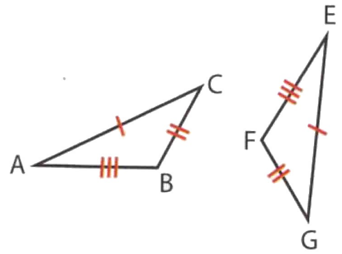
Exemple :
$-4 - (-7) = (-4) + (+7) = 3$
En effet, soustraire -7 revient à ajouter l'opposé de -7, c'est à dire à ajouter $+7$.

3- Triangles égaux

3.1 Vocabulaire

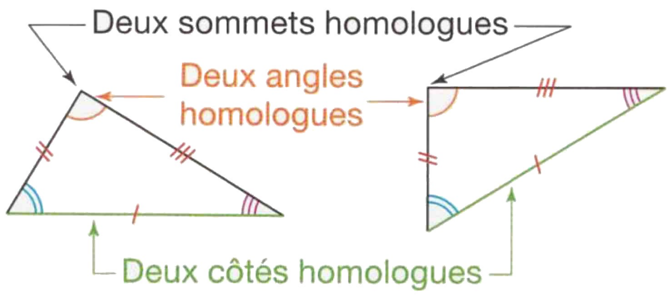
Définition

Deux **triangles** sont **égaux** si leurs côtés sont deux à deux de même longueur.



Définition

Lorsque deux triangles sont égaux, deux angles superposables sont appelés **angles homologues**. On définit de la même manière des **sommets homologues** et des **côtés homologues**.



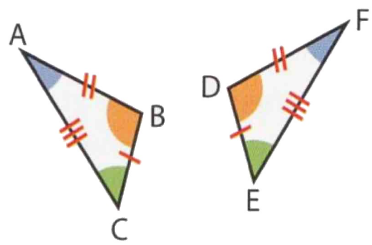
Propriété

Si deux triangles sont égaux, alors leurs angles sont deux à deux de même mesure.

Exemple :

Les triangles ABC et DEF sont égaux donc :

- $\widehat{ABC} = \widehat{EDF}$
- $\widehat{BAC} = \widehat{EFD}$
- $\widehat{BCA} = \widehat{DEF}$



3.2 Cas d'égalités de triangles

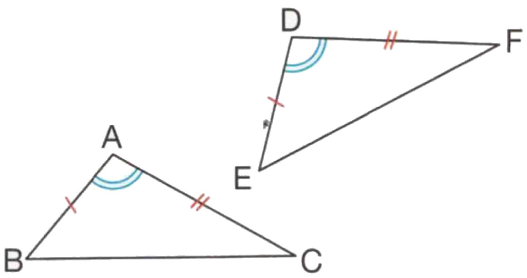
Propriété

Si deux triangles ont, deux à deux, un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur, alors ils sont égaux.

Exemple :

- $AB = DE$
- $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$
- $AC = DF$

Donc les triangles ABC et DEF sont égaux.



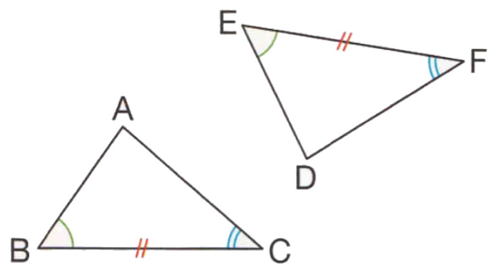
Propriété

Si deux triangles ont, deux à deux, un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure, alors ils sont égaux.

Exemple :

- $BC = EF$
- $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$
- $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$

Donc les triangles ABC et DEF sont égaux.



4- Simplifier une expression littérale

4.1 Simplifier une expression

Définition

Une expression littérale est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres désignant des nombres.

Exemple :
Le périmètre P d'un rectangle est donné par l'expression $P = 2 \times (L + l)$ où L désigne la longueur du rectangle et l sa largeur.

À savoir

Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe $\times$ lorsqu'il est placé :
• devant une lettre ;
• devant ou derrière une parenthèse.

Exemples :
• $5 \times a = 5a$
• $b \times 7 = 7b$ et non $b7$
• $x \times y = xy$
• $5 \times (t + 6) = 5(t + 6)$

Remarque

On ne peut pas supprimer le signe $\times$ entre deux nombres. En effet, $7 \times 5 \neq 75$.

Remarque

Il existe quelques cas particuliers :
• $1 \times x = x$ plutôt que $1x$
• $0 \times x = 0$
• $x \times x = x^2$
• $x \times x \times x = x^3$

Remarque

Pour simplifier un produit de plusieurs facteurs, on peut modifier l'ordre des facteurs.

Exemple :
$A = 3 \times x \times 7$
$A = 3 \times 7 \times x$
$A = 21 \times x$
$A = 21x$

4.2 Réduire une expression

Méthode

Lorsqu'une expression est écrite sous la forme d'une somme ou d'une différence, on peut la réduire en regroupant les termes par catégories.
On groupe les "x" avec les "x" et les "sans x" avec les "sans x".

Exemple : Réduire l'expression $A = 2x + 7 + 6x - 4 - 3x + 5$.
$A = 2x + 7 + 6x - 4 - 3x + 5$
$A = 5x + 8$.

4.3 Suppression de parenthèses

4.3.1 Parenthèses précédées d'un signe $+$

On cherche à réduire l'expression $E = 3x + (4x - 5)$.
On veut supprimer les parenthèses, qui donnent la priorité à un calcul qu'on ne peut pas faire.
Exemples numériques :
J'achète une veste à 50 € dans un magasin puis un jean à 30 € et un T-shirt à 10 € dans un second magasin. Le montant de ma dépense est donné par :
$A = 50 + 30 + 10$
mais aussi $A = 50 + (30 + 10)$.
Les parenthèses ne changent rien au résultat.

J'achète un pull à 20 € et un sweet-shirt à 30 € pour lequel je dispose d'un bon de 10 € de remise.
Le montant de ma dépense est donné par :
$B = 20 + 30 - 10$
mais aussi $B = 20 + (30 - 10)$.
Les parenthèses ne changent rien au résultat.

♥ À savoir

On peut supprimer des parenthèses précédées d'un signe "$+$" sans changer l'expression entre parenthèses.

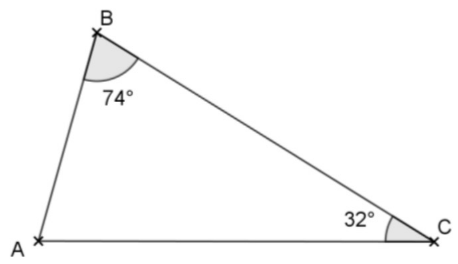
Exemples :
$C = 5 + (3x + 4)$
$C = 5 + 3x + 4$
$C = 3x + 9$

$D = 4x + (6x - 2)$
$D = 4x + 6x - 2$
$D = 10x - 2$

$E = 7x + (2 - 4x) + (8 - 9x)$
$E = 7x + 2 - 4x + 8 - 9x$
$E = -6x + 10$

4.3.2 Parenthèses précédées d'un signe -

Exemple en géométrie :
$\widehat{BAC} = 180 - (74 + 32)$
mais aussi
$\widehat{BAC} = 180 - 74 - 32$



♥ À savoir

On peut supprimer des parenthèses précédées d'un "-" à condition de changer tous les signes de l'expression entre parenthèses.

Exemples :
$F = 5x - (2x - 4)$
$F = 5x - 2x + 4$
$F = 3x + 4$

$G = (3x - 6) - (8x + 7) - (3 + 4x)$

$G = 3x - 6 - 8x - 7 - 3 - 4x$
$G = -9x - 16$

$H = 6 - (-3 - 8x) - (x + 4 - 2y)$
$H = 6 + 3 + 8x - x - 4 + 2y$
$H = 7x + 2y + 5$

5- Multiplier des relatifs

À savoir

- Lorsqu'on multiplie deux nombres relatifs de même signe, le résultat est positif.
- Lorsqu'on multiplie deux nombres relatifs de signes contraires, le résultat est négatif.

Méthode

Pour multiplier des nombres relatifs, on détermine le signe du produit puis on multiplie les distances à zéro.

Exemples :
$3 \times 5 = 15$
$(-4) \times (-7) = 28$ car -4 et -7 sont de même signe.
$5 \times (-10) = -50$ car 5 et -10 sont de signes contraires.

Remarque

Dans un produit de deux nombres relatifs, on peut changer l'ordre des facteurs.

Exemple :
$(-4) \times (-5) = (-5) \times (-4) = 20$

Remarque

x désigne un nombres relatif.
- Le produit d'un nombres relatif par zéro est égal à zéro : $x \times 0 = 0$.
- Le produit d'un nombre relatif par -1 est égal à son opposé : $x \times (-1) = -x$.

Exemples :
- $(-4) \times 0 = 0$
- $3 \times (-1) = -3$ et -3 est l'opposé de 3.
- $(-7) \times (-1) = 7$ et 7 est l'opposé de -7.

Méthode

Pour déterminer le signe d'un produit de plusieurs facteurs, on compte le nombre de facteurs négatifs.
- S'il y en a un nombre pair, alors le produit est positif.
- S'il y en a un nombre impair, alors le produit est négatif.

Exemples :
$A = (-2) \times 3 \times (-1) \times 6$
Il y a deux facteurs négatifs et 2 est un nombre pair, donc le produit est positif.
$A = 36$.

$B = 2 \times (-3) \times (-1) \times (-6)$
Il y a trois facteurs négatifs et 3 est un nombre impair, donc le produit est négatif.
$B = -36$.

6- Théorème de Pythagore

6.1 Carré d'un nombre et racine carrée d'un nombre positif

Définition 6.1.1
• *Le carré d'un nombre relatif a est le nombre $a^2 = a \times a$ (un carré est toujours positif).*
• *La racine carrée d'un nombre positif a est l'unique nombre positif dont la carré est égal à a. On le note $\sqrt{a}$.*

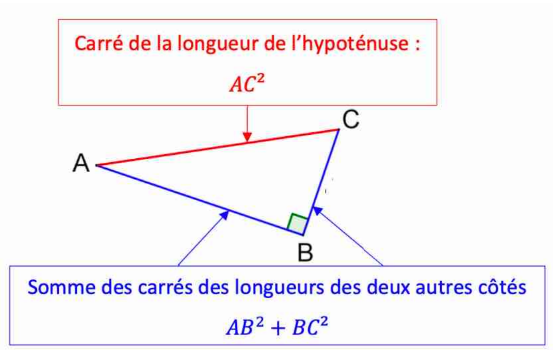
Exemple : $\sqrt{16} = 4$ car $4^2 = 16$ et $4 > 0$.

Les carrés parfaits

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225

6.2 L'égalité de Pythagore

Théorème 6.2.1 *Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.*



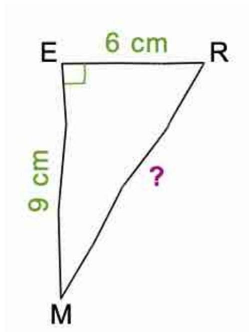
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

6.3 Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

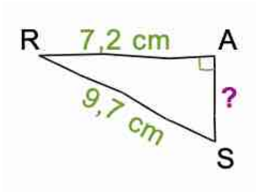
Le théorème de Pythagore sert à calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle lorsqu'on connaît les longueurs des deux autres côtés.

6.3.1 Calculer la longueur de l'hypoténuse

Enoncé : MER est un triangle rectangle en E tel que ME = 9 cm et ER = 6 cm. Calculer la longueur MR.
Dans le triangle MER rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore :
$MR^2 = EM^2 + ER^2$
$MR^2 = 9^2 + 6^2$
$MR^2 = 81 + 36$
$MR^2 = 117$
$MR = \sqrt{117}$ (valeur exacte)
$MR \approx 10,8$ cm (valeur arrondie au mm).



6.3.2 Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit



Enoncé : RAS est un triangle rectangle en A tel que RA = 7,2 cm et RS = 9,7 cm. Calculer la longueur AS.
Dans le triangle RAS rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore :
$RS^2 = RA^2 + AS^2$
$9,7^2 = 7,2^2 + AS^2$
$94,09 = 51,84 + AS^2$
$AS^2 = 94,09 - 51,84$
$AS^2 = 42,25$
$AS = \sqrt{42,25}$
$AS = 6,5$ cm.

7- Fractions - 1

7.1 Reconnaître un nombre rationnel et un nombre décimal

7.1.1 Vocabulaire et quotients égaux

À savoir

Un **nombre rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec a et b nombres entiers positifs et $b \neq 0$.

Exemples :

$\frac{2}{3}$ et $\frac{7}{10}$ sont des nombres rationnels.

Propriété

Un quotient ne change pas lorsqu'on multiplie ou on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Exemples :

$$\frac{0,3}{4} = \frac{0,3 \times 10}{4 \times 10} = \frac{3}{40} \qquad \frac{25}{45} = \frac{25 \div 5}{45 \div 5} = \frac{5}{9}$$

À savoir

Une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1000...

À savoir

Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale.

Exemples :

- 0,4 est un nombre décimal. En effet, $0,4 = \frac{4}{10}$.
- $\frac{3}{5}$ est un nombre décimal. En effet, $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$.
- $\frac{2}{3}$ n'est pas un nombre décimal car on ne peut pas l'écrire sous la forme d'une fraction décimale.

Conséquence

Un nombre décimal est forcément rationnel.

Conséquence

Un nombre décimal peut s'écrire en écriture décimale. Dans ce cas, son écriture "s'arrête" à un moment après la virgule.

7.1.2 Critères de divisibilité

Un critère de divisibilité est une règle qui permet de savoir si un nombre entier a est divisible (ou non) par un nombre entier b (différent de 0), sans avoir besoin d'effectuer la division.

Propriété

- Un nombre entier est **divisible par 2** si son chiffre des unités est égal à 0, 2, 4, 6 ou 8. On dit alors que c'est un nombre pair.
- Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est égal à 0 ou 5.

Exemple : 21 368 est-il divisible par 2 ? par 5 ?

Le chiffre des unités de 21 368 est 8, donc 21 368 est divisible par 2 : $21368 = 10684 \times 2$.
Le chiffre des unités de 21 368 n'est égal ni à 0 ni à 5, donc 21 368 n'est pas divisible par 5.

Propriété

Un nombre entier est **divisible par 4** si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.

Exemple : 21 368 est-il divisible par 4 ?
Le nombre formé par ses deux derniers chiffres est 68.
68 est divisible par 4 ($68 = 17 \times 4$).
Donc 21 368 est divisible par 4.
On en déduit également que tous les nombres qui se terminent par 68 sont divisibles par 4.

Propriété

- Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre entier est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemple : 21 396 est-il divisible par 3 ? par 9 ?

$2 + 1 + 3 + 9 + 6 = 21$ or 21 est un multiple de 3 donc 21396 est divisible par 3.
En revanche, 21 n'est pas un multiple de 9 donc 21396 n'est pas divisible par 9.

7.2 Comparer des fractions

Méthode

Pour comparer deux fractions de même dénominateur, on compare les numérateurs. La plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemple :
$\frac{3}{10} < \frac{7}{10}$ car les deux fractions ont le même dénominateur et $3 < 7$.

Méthode

Pour comparer deux fractions de dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur.

Exemple :
On souhaite comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{8}$.
On peut écrire :
$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$

$\frac{6}{8}$ et $\frac{7}{8}$ ont le même dénominateur et $6<8$ donc : $\frac{6}{8} < \frac{7}{8}$.
Finalement : $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$.

8- Puissances - 1

8.1 La notation puissance

Définition 8.1.1 *a désigne un nombre relatif et n désigne un entier positif non nul.*

$$a^n = a \times a \times ... \times a$$

contenant n facteurs égaux à a.

Exemples :
$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

Remarque 8.1.2
$a^1 = a$
$a^0 = 1$

Remarque 8.1.3 *Attention ! Un exposant se réfère toujours à ce qui le précède directement.*

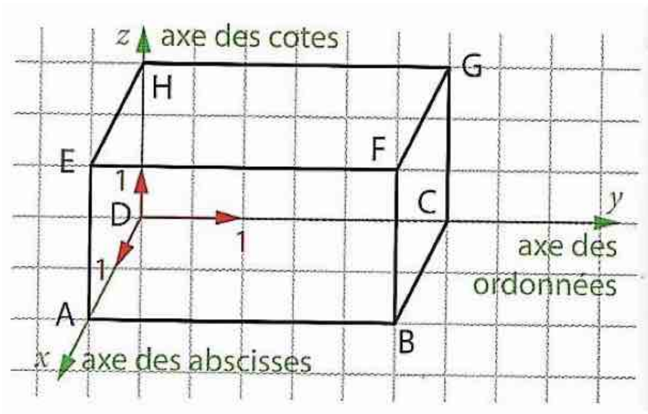
Exemples :
$(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$
$-1^4 = -1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = -1$

8.2 Exposant négatif

9- Espace - partie 1

Définition

Tout point M d'un parallélépipède rectangle peut être repéré à partir d'un sommet et des arêtes partant de ce sommet. Un point M est repéré par trois nombres, appelés les coordonnées de M :
x_M est son abscisse ;
y_M est son ordonnée ;
z_M est sa cote (ou son altitude).
On note $M(x_M; y_M; z_M)$.



Exemple :
Dans le repère tracé ci-contre :
- D est l'origine du repère ;
- la droite (Dx) est l'axe des abscisses ;
- la droite (Dy) est l'axe des ordonnées ;
- la droite (Dz) est l'axe des cotes ;

Voici les coordonnées de quelques points dans ce repère :

$D(0;0;0)$	$A(2;0;0)$	$C(0;3;0)$
$H(0;0;3)$	$B(2;3;0)$	$F(2;3;3)$

10- Fractions - 2

Méthode

Pour additionner (ou soustraire) deux quotients de même dénominateur, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on conserve le dénominateur commun.

Exemples :

$$\frac{4}{3}+\frac{9}{3}=\frac{4+9}{3}=\frac{13}{3}$$

$$\frac{11}{3}-\frac{7}{3}=\frac{11-7}{3}=\frac{4}{3}$$

Méthode

Pour additionner (ou soustraire) deux quotients de dénominateurs différents, on les écrit avec le même dénominateur (on dit qu'on les réduit au même dénominateur) puis on utilise la méthode précédente.

Exemples :

$$-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=-\frac{1\times 2}{2\times 2}+\frac{1}{4}=-\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=-\frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{5}-\frac{1}{4}=\frac{2\times 4}{5\times 4}-\frac{1\times 5}{4\times 5}=\frac{8}{20}-\frac{5}{20}=\frac{3}{20}$$

11- Théorème de Thalès

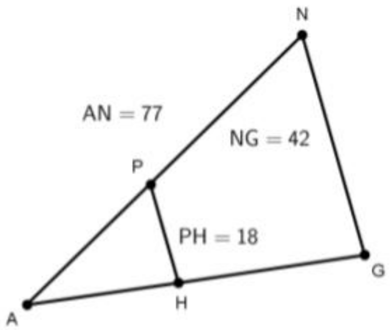
Théorème

Si deux droites parallèles coupent deux droites sécantes, alors elles déterminent des triangles dont les côtés sont proportionnels.

Le théorème de Thalès permet de calculer des longueurs.

Exemple 1 :

Sachant que $(PH)//(NG)$, calculer AP.

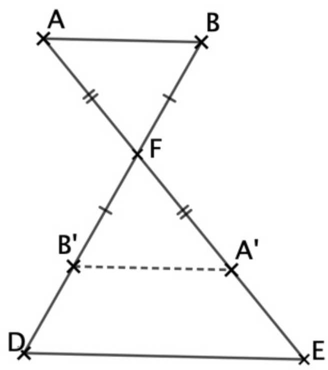


Les droites (PH) et (NG) sont parallèles.
Les droites (PN) et (HG) sont sécantes en A.
D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AP}{AN} = \frac{AH}{AG} = \frac{PH}{NG}$$

$$\frac{AP}{7} = \frac{AH}{AG} = \frac{18}{42}$$

D'où $AP = \dfrac{18 \times 7}{42} = 3$.



Démonstration

Dans la figure ci-dessus, les points A, F et E sont alignés et les points B, F et D sont alignés.
Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
On appelle A' le symétrique du point A par rapport au point F.
On appelle B' le symétrique du point B par rapport au point F.
Les droites (AB) et $(A'B')$ sont symétriques par rapport au point F donc (AB) et $(A'B')$ sont parallèles.
De plus, les droites $(A'B')$ et $AB)$ sont toutes les deux parallèles à la droite (DE). On en déduit que les droites $(A'B')$ et (DE) sont parallèles.
Les droites $(A'E)$ et (DB') sont sécantes en F.
D'après le théorème de Thalès :
(1)

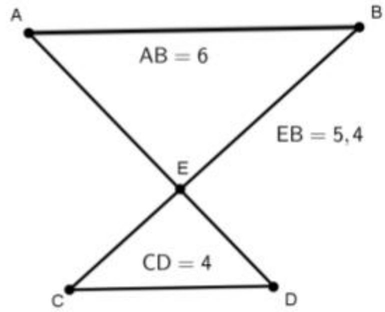
$$\frac{FB'}{FD} = \frac{FA'}{FE} = \frac{B'A'}{DE}$$

La symétrie centrale conservant les longueurs, on a : $A'F = AF$, $B'F = BF$ et $B'A' = BA$.
On remplaçant dans l'égalité (1) :

$$\frac{FB}{FD} = \frac{FA}{FE} = \frac{BA}{DE}$$

Exemple 2 :

Sachant que $(AB)//(CD)$, calculer EC.



Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en E.
D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{EA}{ED} = \frac{EB}{EC} = \frac{AB}{DC}$$

$$\frac{EA}{ED} = \frac{5,4}{EC} = \frac{6}{4}$$

D'où $EC = \dfrac{5,4 \times 4}{6} = 3,6$.

12- Proportionnalité - 2

12.1 Utiliser des grandeurs quotients et des grandeurs produits

Définition 12.1.1 *La vitesse moyenne V d'un objet parcourant une distance D pendant un temps t est donnée par la formule :*

$$vitesse = \frac{distance}{temps} \text{ ou encore } V = \frac{D}{t}$$

On a aussi :
distance = vitesse × temps
et
$$\text{temps} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}}$$

Exemple :
Une voiture parcourt 130 km en 2,5 h.
La distance est donnée en kilomètres et le temps en heures.
La vitesse moyenne est donc obtenue en kilomètres par heure, qu'on note km/h ou km.h^{-1}.
$\frac{130 \text{ km}}{2,5 \text{ h}} = 52$ km/h donc la vitesse moyenne est égale à 52 km/h.

Remarque 12.1.2 *Lorsqu'un objet se déplace à vitesse constante, la distance parcourue est proportionnelle au temps de parcours. La vitesse représente le coefficient de proportionnalité.*

Définition 12.1.3
- *Quand on effectue le quotient de deux grandeurs, on obtient une* ***grandeur quotient****.*
- *Quand on effectue le produit de deux grandeurs, on obtient une* ***grandeur produit****.*

Exemple 1 :
Le débit d'un robinet est une grandeur quotient donnée par la formule :

$$\text{débit} = \frac{\text{volume}}{\text{temps}}$$

.
Si un robinet a un débit d'eau de 12 L/min, cela signifie que chaque minute, il s'écoule 12 litres d'eau et que le volume écoulé est proportionnel au temps.
Pour chercher combien de litres s'écoulent en 5 minutes, on effectue donc le calcul suivant :
Volume = 5min × 12L/min = 60L.
En 5 minutes, il s'écoule donc 60 litres d'eau.

Exemple 2 :
L'énergie consommée par un appareil électrique et une grandeur produit donnée par la formule :

$$\text{énergie} = \text{puissance} \times \text{temps}$$

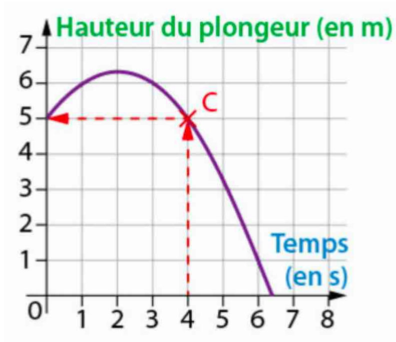
.
Si la puissance de l'appareil est exprimée en W (watts) et le temps de fonctionnement en heures, alors l'énergie consommée s'exprime en Wh (watts-heures).
Par exemple, si un radiateur d'une puissance de 800 W fonctionne pendant 2 heures, il consomme :
$E = 800$ W × 2 h = 1600 Wh
En 2 heures, le radiateur consomme donc 1600 Wh (watts-heures), soit 1,6 kWh (kilowatts-heures).

Remarque 12.1.4 *Il existe de nombreuses grandeurs quotients et grandeurs produits.*
En particulier, l'aire est une grandeur produit : c'est le produit de deux longueurs.
Par exemple, l'aire d'un rectangle est égale au produit de sa longueur et de sa largeur.

12.2 Exploiter la représentation graphique d'une grandeur

Méthode 12.2.1 *Lorsqu'on dispose de la représentation graphique d'une grandeur B en fonction d'une grandeur A, la grandeur A se lit sur l'axe des abscisses et la grandeur B sur l'axe des ordonnées.*

Exemple :
La courbe ci-contre représente la hauteur d'un plongeur qui saute d'une falaise en fonction du temps.
Cela signifie que le temps se lit sur l'axe des abscisses et la hauteur sur l'axe des ordonnées.
On souhaite connaitre la hauteur du plongeur au bout de 4 secondes : on place 4 sur l'axe des abscisses et on lit l'ordonnée du point correspondant C, c'est à dire 5.
Au bout de 4 secondes, le plongeur est à une hauteur de 5 m.



12.3 Représenter une grandeur en fonction d'une autre

Méthode 12.3.1 *Pour représenter une grandeur en fonction d'une autre, on place les points correspondants sur un graphique.*

Exemple :
On veut représenter graphiquement l'aire d'un carré en fonction de la longueur c de son côté, donnée par la formule : Aire $= c^2$.
On calcule, à l'aide de cette formule, des aires pour différentes valeurs de c et on construit un tableau de valeurs :

c	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Aire	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9
Point	A	B	C	D	E	F	G

Puis on place les points correspondants sur un graphique, avec le côté c en abscisses et l'aire en ordonnées.
Par exemple, à une longueur de 1,5 correspond une aire de 2,25. On place donc le point D de coordonnées (1,5 ; 2,25).
On ne peut pas calculer les coordonnées de tous les points puisqu'il y en a une infinité.
On se contente donc de placer quelques points, puis on les "relie" entre eux.

13- Développer une expression littérale

13.1 Suppressions de parenthèses

Propriété 13.1.1 *Lorsque des parenthèses sont précédées d'un signe $+$, on peut les supprimer afin de poursuivre les calculs.*

Propriété 13.1.2 *Lorsque des parenthèses sont précédées d'un signe $-$, on peut les supprimer à condition de* ***changer tous les signes intérieurs****.*

Exemples :
$A = 5x + 7 + (12x + 9) = 5x + 7 + 12x + 9 = 17x + 16$
$B = -11x + 9 - (13x - 5) = -11x + 9 - 13x + 5 = -24x + 14$

13.2 Distributivité simple

Propriété 13.2.1 *Soient a, b et k trois nombres relatifs. On a :*

$$k(a + b) = ka + kb$$

Exemples :
$3(x + 2) = 3 \times x + 3 \times 2 = 3x + 6$
$5(4x + 7) = 5 \times 4x + 5 \times 7 = 20x + 35$
$6(2x - 3) = 6 \times 2x - 6 \times 3 = 12x - 18$

13.3 Double distributivité

Propriété 13.3.1 *Soient a, b, c et d trois nombres relatifs. On a :*

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Démonstration :
On souhaite développer l'expression suivante : $(a + b)(c + d)$.
Pour cela, appelons k le nombre $a + b$.

$$\begin{aligned}(a + b)(c + d) &= k(c + d)\\ &= kc + kd\\ &= (a + b) \times c + (a + b) \times d\\ &= ac + bc + ad + bd\\ &= ac + ad + bc + bd\end{aligned}$$

Exemple 1 : Développer et réduire $(2x + 5)(4x + 1)$
$(2x + 5)(4x + 1) = 2x \times 4x + 2x \times 1 + 5 \times 4x + 5 \times 1 = 8x^2 + 2x + 20x + 5 = 8x^2 + 22x + 5$.
Pour faciliter les calculs, on peut utiliser un tableau de multiplications comme dans l'exemple suivant :

Exemple 2 : Développer et réduire $(2x - 1)(4 - 3x)$

$\times$	$2x$	1
4	$8x$	4
$-3x$	$-6x^2$	$-3x$

On a :
$(2x - 1)(4 - 3x) = 8x + 4 - 6x^2 - 3x = -6x^2 + 5x + 4$

13.4 Développer avec les identités remarquables

Propriété 13.4.1 *a et b désignent des nombres relatifs.*

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

Démonstration :
$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a \times a + a \times (-b) + (-b) \times a + (-b) \times (-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a-b)(a+b) = a \times a + a \times b + (-b) \times a + (-b) \times b = a^2 + ab - ba - b^2 = a^2 - b^2$

Exemples : Développer et réduire $A = (2x+3)^2$; $B = (3x-2)^2$ et $C = (3x-4)(3x+4)$
$A = (2x+3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$
$B = (3x-2)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$
$C = (3x-4)(3x+4) = (3x)^2 - 4^2 = 9x^2 - 16$